Kompetenzerwartungen und inhaltliche Schwerpunkte

Stochastik Leistungskurs in der Q2 am SG

Inhaltliche Schwerpunkte

- *Stochastische Modelle und Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen*
- *Bedingte Wahrscheinlichkeit*
- *Binomialverteilung und Normalverteilung*
- *Testen von Hypothesen*
- *Stochastische Prozesse*

Kompetenzerwartungen (Vorgaben KLP)

Die Schülerinnen und Schüler

Å*untersuchen Lagemaße (Mittelwerte) und Streuungsmaße von Stichproben*

Å*erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen*

Å*bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen*

Å*verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente*

- erklären die Binomialverteilung einschließlich ihrer kombinatorischen Bedeutung und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten

- beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung

- nutzen die σ-Regeln für prognostische Aussagen

- nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen

- interpretieren Hypothesentests hinsichtlich Sachkontext und Interessensparteien

- beschreiben und beurteilen Fehler 1. und 2. Art

- unterscheiden diskrete und stetige Zufallsgrößen und deuten die zugehörige Verteilungsfunktion im letzteren Fall als Integralfunktion

- untersuchen stochastische Situationen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen

- beschreiben den Einfluss der Parameter μ und σ auf die Normalverteilung und die graphische Darstellung ihrer Dichtefunktion („Gauß'sche Glockenkurve")

- beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen

- verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerische Bestimmung sich stabilisierender Zustände).

Qualifikationsphase Leistungskurs Stochastik- Konkretisierte Unterrichtsvorhaben

Thema: *Stochastische Modelle, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihre Kenngrößen*

Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • untersuchen die Gesetze einfacher Zufallsexperimente • untersuchen Lage- und Streuungsmaße von Stichproben (Beschreibende Statistik) • erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen • bestimmen den Erwartungswert µ und die Standardabweichung ů von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen • verwenden kombinatorische Modelle **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen grafikfähige Taschenrechner für die Datenanalyse und graphische Darstellungen	Als Einstieg in die Stochastik werden die grundlegenden Begriffe aus der Sekundarstufe I wiederholt und vertieft (einfache Zufallsversuche, Laplace-Wahrscheinlichkeit), um für alle SuS eine gemeinsame Ausgangsbasis zu schaffen. Anhand verschiedener Glücksspiele (z.B. Glücksrad, Roulette und Würfelspiele) wird der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt. Fakultativ kann an dieser Stelle ein historischer Überblick gegeben werden, in dem klassische Glücksspielfragen als Ausgangsbasis für Überlegungen zur Wahrscheinlichkeitsrechnung behandelt werden. In Analogie zur Betrachtung des Arithmetischen Mittels bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird der Erwartungswert einer Zufallsgröße definiert. Das Grundverständnis von Streuungsmaßen wird durch Rückgriff auf die Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler mit Boxplots reaktiviert. Zur Erstellung von Boxplots und für die Datenanalyse wird der GTR genutzt. Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert, aber unterschiedlicher Streuung, werden die Definitionen der Standardabweichung und ihres Quadrates, der Varianz, im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert; über gezielte Veränderungen der Verteilung wird ein Gefühl für die Auswirkung auf deren Kenngrößen entwickelt. Anschließend werden diese Größen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zu einfachen Risikoabschätzungen genutzt.

	Im Anschluss soll eine Einführung in kombinatorische Modelle gegeben werden (Geordnete und ungeordnete Stichproben mit und ohne Wiederholung), auch um den im übernächsten Abschnitt benötigten Binomialkoeffizienten zu motivieren. Zeitbedarf: 20 Std.

Thema: *Bedingte Wahrscheinlichkeit*	
Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • erstellen Baumdiagramme zur Beschreibung von Zufallsexperimenten • unterscheiden abhängige und unabhängige Ereignisse • fassen Ergebnisse in Vierfeldertafeln zusammen • erstellen das umgedrehte Baumdiagramm • berechnen mithilfe des Satzes von Bayes bedingte Wahrscheinlichkeiten **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexere Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*) ***Argumentieren***	Da die Unterscheidung abhängiger und unabhängiger Ereignisse bei mehrstufigen Zufallsexperimenten Voraussetzung zur Modellierung von Bernoulli-Ketten ist, sollten Baumdiagramme unter dem Aspekt ĂZiehen Mit oder ohne Zurücklegenñ an dieser Stelle wiederholt werden, auch wenn die fakultativen kombinatorischen Modelle im Vorfeld behandelt wurden. Das Thema bedingte Wahrscheinlichkeiten wurde bereits in einfacher Form am Ende der E-Phase behandelt. Hier soll jedoch der Satz von Bayes in seiner vollständigen Form zum Einsatz kommen. Als konkrete Einstiegsbeispiele eignen sich hier AIDS- oder Diabetes Tests sowie die Überprüfung der Sicherheit von Schwangerschaftstests. Im weiteren Verlauf sollte das berühmte Ziegenproblem (ĂMonty-Hall-Problemñ) in verschiedenen Varianten durchgerechnet werden um zu demonstrieren, dass insbesondere in der Wahrscheinlichkeitsrechnung Intuition und Realität manchmal differieren. Der GTR soll hier insbesondere für die Erstellung und Anpassung der Vierfeldertafel benutzt werden.

Die Schülerinnen und Schüler • nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (*Begründen*) **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen grafikfähige Taschenrechner, insbesondere die Tabellenkalkulation zur Erstellung der Vierfeldertafeln	Zeitbedarf: 8 Std.

Thema: *Bernoulli-Experimente und Binomialverteilungen*

Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufalls-experimente • erklären die Binomialverteilung einschließlich der kombinatorischen Bedeutung der Binomialkoeffizienten und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten • nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen • verwenden diese zum é generieren von Zufallszahlen é berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufalls-größen é erstellen der Histogramme und Punktdiagramme von Binomialverteilungen	Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet. Durch Vergleich mit dem ÄZiehen ohne Zurücklegenñwird deutlich, dass die Anwendung des Modells der Bernoullikette eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d. h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen. Zur formalen Herleitung der Binomialverteilung und der Binomialkoeffizienten bieten sich z.B. das Galtonbrett bzw. seine Simulation und die Betrachtung von Multiple-Choice-Tests an. Die Vertiefung der Thematik erfolgt in unterschiedlichen Sachkontexten. Der Einsatz des GTR zur Berechnung einzelner bzw. kumulierter Wahrscheinlichkeiten ermöglicht den Verzicht auf stochastische Tabellen. Zeitbedarf: 15 Std.

Thema: *Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen*

Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung • bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung ů von (binomialverteilten) Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen • nutzen die σ-Regeln für prognostische Aussagen • nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • analysieren und strukturieren die Problemsituation *(Erkunden)* • wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen *(Erkunden)* • erkennen Muster und Beziehungen *(Erkunden)* • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)* • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern) *(Lösen)* • interpretieren Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung *(Reflektieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler*	Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p erfolgt durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung des GTR. Der GTR eignet sich insbesondere für die selbstständige Entdeckung der σ-Regeln durch die SuS. Während sich die Berechnung des Erwartungswertes erschließt, kann die Formel für die Standardabweichung induktiv entdeckt werden: In einer Tabellenkalkulation z.B. die des GTR wird bei festem n und p für jedes k die quadratische Abweichung vom Erwartungswert mit der zugehörigen Wahrscheinlichkeit multipliziert. Die Varianz als Summe dieser Werte wird zusammen mit dem Erwartungswert in einer weiteren Tabelle notiert. Durch systematisches Variieren von n und p entdecken die Lernenden die funktionale Abhängigkeit der Varianz von diesen Parametern und die Formel **ů** = $\sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$. Das Konzept der σ-Umgebungen wird durch experimentelle Daten abgeleitet. Es wird benutzt, um Prognoseintervalle anzugeben, den notwendigen Stichprobenumfang für eine vorgegebene Genauigkeit zu bestimmen und um das $\frac{1}{\sqrt{n}}$- Gesetz der großen Zahlen zu präzisieren. Fakultativ können die Formeln μ=np und **ů** = $\sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$ deduktiv hergeleitet werden. Letzteres erfordert von den SuS ein tieferes Verständnis beim Umgang mit formalen Summen. Ebenso kann fakultativ der Zusammenhang zwischen der Binomialverteilung und anderen diskreten Verteilungen, z.B. der Poisson-Verteilung oder der hypergeometrischen Verteilung untersucht werden.

• nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen zum é variieren der Parameter von Binomialverteilungen é erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen é berechnen der Kennzahlen von Binomialverteilungen (Erwartungs-wert, Standardabweichung) é berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufalls-größen é entdecken der σ-Regeln	Zeitbedarf: 10 Std.

Thema: *Normalverteilung*

Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • unterscheiden diskrete und stetige Zufallsgrößen und deuten die Verteilungsfunktion bei letzteren als Integralfunktion • untersuchen stochastische Situationen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen • beschreiben den Einfluss der Parameter µ und ů auf die Normalverteilung und die graphische Darstellung ihrer Dichtefunktion (ĂGaußsche Glockenkurveñ) **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • übersetzen komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)* ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* • erkennen Muster und Beziehungen *(Erkunden)* • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)* • wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen *(Lösen)*	Normalverteilungen sind in der Stochastik bedeutsam, weil sich die Summenverteilung von genügend vielen unabhängigen Zufallsvariablen häufig durch eine Normalverteilung approximieren lässt. Dementsprechend beschließt die Fachkonferenz den Einstieg in dieses Unterrichtsvorhaben über die Untersuchung von Summenverteilungen. Mit einer Tabellenkalkulation werden die Augensummen von zwei oder mehr Würfeln simuliert, wobei in der grafischen Darstellung die Glockenform zunehmend erkennbarer wird. Gut geeignet ist auch die Simulation von Stichprobenmittelwerten aus einer (gleichverteilten) Grundgesamtheit. Ergebnisse z.B. von Intelligenztests werden erst vergleichbar, wenn man sie standardisiert, d.h. hinsichtlich μ und σ normiert, was ein Anlass dafür ist, mit diesen Parametern zu experimentieren. Auch Untersuchungen zu Mess- und Schätzfehlern bieten einen anschaulichen, ggf. handlungsorientierten Zugang. Da die Normalverteilung mit dem GTR bearbeitet werden kann, spielt die Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung (Grenzwertsatz von de Moivre-Laplace) für die Anwendungsbeispiele im Unterricht nur noch eine untergeordnete Rolle. Dennoch sollte deren Herleitung als Vertiefung der Integralrechnung thematisiert werden, da der Übergang von der diskreten zur stetigen Verteilung in Analogie zur Approximation von Flächen durch Produktsummen nachvollzogen werden kann Die Visualisierung erfolgt mithilfe des GTR. Es wird deutlich gemacht, dass es sich bei der Gaußschen Glockenkurve um den Graphen einer Randfunktion handelt, zu deren Stammfunktion (Gaußsche Integralfunktion) keine geschlossene analytische Darstellung angegeben werden kann.

Werkzeuge nutzen *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum é generieren von Zufallszahlen é variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen é erstellen der Histogramme und Punktdiagramme von Binomialverteilungen ... berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei normalverteilten Zufalls-größen • nutzen digitale Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen • entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen sie gezielt aus • reflektieren und begründen die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge	Fakultativ kann in diesem Zusammenhang ein Exkurs zu Dichtefunktionen und Verteilungsfunktionen bei anderen stetigen Verteilungen, z.B. der Exponentialverteilung erfolgen. Zeitbedarf: 15 Std.

<table>
<tr><td colspan="2">Thema: Testen von Hypothesen</td></tr>
<tr><td>Kompetenzen</td><td>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</td></tr>
<tr><td>
Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schülerinnen und Schüler

interpretieren Hypothesentests bezogen auf den Sachkontext und das Erkenntnisinteresse der beteiligten Parteien
beschreiben und beurteilen Fehler 1. und 2. Art

Prozessbezogene Kompetenzen:
Modellieren
Die Schülerinnen und Schüler

erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)
übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)
erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)

Kommunizieren
Die Schülerinnen und Schüler

erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen (Rezipieren)
formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (Produzieren)
führen Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen herbei (Diskutieren)

Werkzeuge nutzen
Die Schülerinnen und Schüler
</td><td>
Zentral ist das Verständnis der Idee des Hypothesentests, also mit Hilfe eines mathematischen Instrumentariums einzuschätzen, ob Beobachtungen auf den Zufall zurückzuführen sind, d.h. ob es signifikante Abweichungen von der ĂNormñ gibt oder nicht. Ziel ist es, die Wahrscheinlichkeit von Fehlentscheidungen zu minimieren.
Die Logik des Tests soll dabei an datengestützten gesellschaftlich relevanten Fragestellungen, z. B. Häufungen von Krankheitsfällen in bestimmten Regionen oder alltäglichen empirischen Phänomenen wie Umfrageergebnisse aus dem Lokalteil der Zeitung) entwickelt werden.

Im Rahmen eines realitätsnahen Kontextes werden folgende Fragen diskutiert:

Welche Hypothesen werden aufgestellt? Wer formuliert diese mit welcher Interessenlage?
Wie wird eine Entscheidungsregel aufgestellt?
Welche Fehlentscheidungen treten beim Testen auf? Welche Konsequenzen haben sie?

Durch Untersuchung und Variation gegebener Entscheidungsregeln werden die Bedeutung des Signifikanzniveaus und der Wahrscheinlichkeit des Auftretens von Fehlentscheidungen 1. und 2. Art zur Beurteilung des Testverfahrens erarbeitet.
Die Operationscharakteristiken werden mithilfe des GTR visualisiert.

Zeitbedarf: 10 Std.
</td></tr>
</table>

verwenden den GTR zur Visualisierung der Operationscharakteristiken bei verschiedenen Testverfahren	

Thema: *Stochastische Prozesse*

<table>
<tr><th>Kompetenzen</th><th>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</th></tr>
<tr><td>
Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schülerinnen und Schüler

beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen
verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände)

Prozessbezogene Kompetenzen:
Modellieren
Die Schülerinnen und Schüler

erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)
übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)
erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)

Argumentieren
Die Schülerinnen und Schüler

präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (Vermuten)
nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (Begründen)
stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Begründen)
überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (Beurteilen)

</td><td>
Die Behandlung stochastischer Prozesse sollte genutzt werden, um zentrale Begriffe aus Stochastik (Wahrscheinlichkeit, relative Häufigkeit) und Analysis (Grenzwert) mit Begriffen und Methoden der Linearen Algebra (Vektoren, Matrizen, lineare Gleichungssysteme) zu vernetzen. Schülerinnen und Schüler modellieren dabei in der Realität komplexe Prozesse, deren langfristige zeitliche Entwicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen und Maßnahmen genutzt werden kann.

Der Auftrag an Schülerinnen und Schüler, einen stochastischen Prozess graphisch darzustellen, führt in der Regel zur Erstellung eines Baumdiagramms, dessen erste Stufe den Ausgangszustand beschreibt. Im Zusammenhang mit der Interpretation der Pfadregeln als Gleichungssystem können sie daraus die Matrix-Vektor-Darstellung des Prozesses entwickeln.

Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung, absorbierender Zustand). Hier bietet sich eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung linearer Gleichungssysteme und ihrer Lösungsmengen an. Insbesondere sollen die für das Thema notwendigen Elemente der Matrizenrechnung in diesem Kontext systematisch eingeführt werden.

Zeitbedarf: 12 Std.
</td></tr>
</table>

Werkzeuge nutzen *Die Schülerinnen und Schüler* verwenden den GTR für die Berechnung von Matrizenprodukten und für die Bestimmung stationärer Verteilungen.	

Die Angaben hinsichtlich des Zeitbedarfes (insgesamt 90 Stunden) stellen Richtwerte dar, die nicht streng eingehalten werden sollen oder können. Der tatsächliche jeweilige Zeitbedarf hängt von unterrichtsspezifischen Gegebenheiten ab und dem Umfang der Einbeziehung fakultativer Themen in den Unterricht.