Schulinterner Lehrplan

Lineare Algebra
Mathematik

Potenziale entwickeln. Vielfalt schätzen.
Gemeinschaft gestalten.

Städtisches Gymnasium Gütersloh

Gültig ab Schuljahr 2024/25

Inhalt

1 Rahmenbedingungen der fachlichen Arbeit 3

2 Entscheidungen zum Unterricht 4

2.1 Abfolge verbindlicher Unterrichtsvorhaben 4

2.2 Grundsätze der fachdidaktischen und fachmethodischen Arbeit 20

2.3 Lehr- und Lernmittel 20

3 Prüfung und Weiterentwicklung des schulinternen Lehrplans 22

1 Rahmenbedingungen der fachlichen Arbeit

Das Städtische Gymnasium ist das einzige Gymnasium im Oberzentrum Gütersloh in öffentlicher Trägerschaft. Das Gymnasium ist sechszügig ausgelegt, es werden nach Bedarf bis zu sieben Züge aufgenommen. Daraus resultiert die bei der in den Lehrplänen zu berücksichtigende Heterogenität der Schüler und die absolute Größe der Schule. In der Einführungsphase der Oberstufe werden je nach Kapazität des Jahrgangs ca. 25 bis 50 Realschüler aufgenommen. Das Städtische Gymnasium ist ein Gymnasium mit einem offenen Ganztagsangebot. In der Oberstufe finden einzelne Kurse auch am Nachmittag statt.
In der Einführungsphase werden bis zu acht Klassen eingerichtet, deren Mathematikunterricht im Klassenverband stattfindet. In der Q-Phase gibt es bis zu vier Leistungs- und bis zu 6 Grundkurse.
Der Unterricht findet im 45-Minuten-Takt statt, die Kursblockung sieht grundsätzlich für Grundkurse eine, für Leistungskurse zwei Doppelstunden vor.
Den im Schulprogramm ausgewiesenen Zielen, Schülerinnen und Schüler ihren Begabungen und Neigungen entsprechend individuell zu fördern und ihnen Orientierung für ihren weiteren Lebensweg zu bieten, fühlt sich die Fachgruppe Mathematik in besonderer Weise verpflichtet:
Schülerinnen und Schüler aller Klassen- und Jahrgangsstufen werden zur Teilnahme an den vielfältigen Wettbewerben im Fach Mathematik angehalten und, wo erforderlich, begleitet. Dazu gehören der Landeswettbewerb Mathematik-Olympiade für alle Jahrgangsstufen, der Känguru-Wettbewerb in der Stufe 6 und der Klassenwettbewerb „Mathematik ohne Grenzen“ in der Jahrgangsstufe 9.
Das Fach Mathematik ist an unserer Schule dem Methodencurriculum verpflichtet, das ein intensives Training verschiedener Arbeitsformen (Einzel-, Partner- und Gruppenarbeit) vorsieht. Das Medienkonzept orientiert sich am Medienkompetenzrahmen des Landes NRW. Für den Mathematikunterricht bedeutet dies insbesondere den Umgang mit Textverarbeitung, Tabellenkalkulation und digitaler Geometrie-Software sowie den kritischen Umgang mit Daten (Quellen, Darstellungsformen) zu thematisieren. Alle Räume sind mit digitalen Tafeln ausgestattet, ab Klasse 7 verfügen alle Schülerinnen und Schüler ein Tablet.
In der Sekundarstufe I wird ab Klasse 7 statt eines Taschenrechners ein Taschenrechnerprogramm auf den Schülergeräten verwendet, das über einen Prüfungsmodus in Klassenarbeiten verfügt. in Spätestens ab Klasse 9 enthalten Klassenarbeiten mit Blick auf die zentrale Prüfung in Klasse 10 auch einen hilfsmittelfreien Teil. Ab der Einführungsphase wird als MMS die TI-Nspire-CAS-App auf den Schüler-Tablets eingesetzt.

2 Entscheidungen zum Unterricht

2.1 Abfolge der Unterrichtsvorhaben: Übersicht

Grundkurs	Leistungskurs
GK-G1: Wiederholung der Inhalte zur Linearen Algebra aus der Einführungsphase	LK-G1: Wiederholung der Inhalte zur Linearen Algebra aus der Einführungsphase
GK-G2: Die Welt vermessen – das Skalarprodukt und seine ersten Anwendungen	LK-G2: Die Welt vermessen – das Skalarprodukt und seine ersten Anwendungen
GK-G3: Ebenen in Koordinaten- und Parameterform	LK-G3: Parametrisierung von Ebenen
GK-G4: Untersuchungen an geometrischen Körpern	LK-G4: Ebenen in Normalenform und ihre Schnittmengen
	LK-G5: Abstandsprobleme bei geradlinig bewegten Objekten
	LK-G6: Untersuchungen an geometrischen Körpern unter Einschluss ihrer Schatten- und Spiegelbilder
	LK-G7: Strategieentwicklung bei geometrischen Problemsituationen

Übersicht über die Unterrichtsvorhaben

Grundkurs

Unterrichtsvorhaben GK-1: *Wiederholung der Inhalte zur Linearen Algebra aus der Einführungsphase*

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

(**Zeitbedarf**: ca. 6 Ustd.)

Unterrichtsvorhaben GK-2: *Die Welt vermessen: Das Skalarprodukt und seine ersten Anwendungen*

(**Zeitbedarf**: ca. 7 Ustd.)

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Vektoroperation: Skalarprodukt

Kompetenzerwartungen: Die Schülerinnen und Schüler

(1) deuten das Skalarprodukt geometrisch (Orthogonalität, Betrag, Winkel zwischen Vektoren) und berechnen es,

(9) untersuchen geometrische Objekte oder Situationen in innermathematischen und anwendungsbezogenen Problemstellungen und deuten die Ergebnisse.

Prozessbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler

Ope-(4) verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten,

Ope-(8) erstellen Skizzen geometrischer Situationen und wechseln zwischen Perspektiven,

Ope-(9) verwenden grundlegende Eigenschaften mathematischer Objekte zur Bearbeitung von Problemstellungen,

Ope-(11) nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden,

Pro-(4) erkennen Muster und Beziehungen und generieren daraus Vermutungen,

Pro-(6) wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren sowie Medien und Werkzeuge zur Problemlösung aus,

Pro-(11) analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern,

Arg-(1) stellen Fragen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und stellen begründete Vermutungen über die Existenz und Art von Zusammenhängen auf,

Arg-(9) erklären vorgegebene Argumentationsketten und mathematische Beweise,

Arg-(13) überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können,

Kom-(1) erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen analogen und digitalen Quellen sowie aus mathematischen Fachtexten und Unterrichtsbeiträgen,

Kom-(12) nehmen zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten, Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung.

Umsetzung:

Das Skalarprodukt $\vec{a} \cdot \vec{b}$ wird zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt. Zur Entlastung empfiehlt sich für die Herleitung eine Beschränkung auf zwei Dimensionen. Wesentlich für den Aufbau einer tragenden Grundvorstellung ist jedoch die Zerlegung eines Vektors $\vec{a}$ in zu $\vec{b}$ parallele und orthogonale Komponenten. Dadurch wird der geometrische

Aspekt der Projektion betont. Dieses wird am Beispiel der Kräftezerlegung (z.B. Zerlegung in vertikale und horizontale Komponenten beim Schlittenziehen) veranschaulicht.

Eine Exploration der Winkelabhängigkeit des Skalarproduktes mit einem MMS kann zur Wiederentdeckung der Rolle des Kosinus bei der Projektion führen. Der Kosinus wird genutzt, um den Winkel zwischen zwei Vektoren zu berechnen. Anknüpfend an Unterrichtsvorhaben der EF werden Eigenschaften von Dreiecken und Vierecken auch mithilfe des Skalarprodukts untersucht.

Die formale Frage nach der Bedeutung eines Produkts von zwei Vektoren sowie den dabei gültigen Rechengesetzen wird im Zusammenhang mit der Analyse von typischen Fehlern (z.B. Division durch einen Vektor) und vor dem Hintergrund der Verallgemeinerung bekannter Rechenregeln für Zahlen gestellt.

Unterrichtsvorhaben GK-3: *Ebenen in Koordinaten- und Parameterform (GK-G2)*
(**Zeitbedarf**: ca. 12 Ustd.)

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Ebenen: Parameterform, Koordinatenform, Normalenvektor
- Schnittpunkte: Geraden und Ebenen
- Lineare Gleichungssysteme

Kompetenzerwartungen: Die Schülerinnen und Schüler

(1) deuten das Skalarprodukt geometrisch (Orthogonalität, Betrag, Winkel zwischen Vektoren) und berechnen es,
(2) stellen Ebenen in Parameterform und in Koordinatenform dar,
(3) verwenden Koordinatenformen von Ebenen zur Orientierung im Raum (Punktprobe, Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, Normalenvektor),
(4) berechnen Schnittpunkte von Geraden mit Ebenen,
(8) wenden ein algorithmisches Lösungsverfahren ohne digitale Mathematikwerkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind.

Prozessbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler

Ope-(3) führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch,
Ope-(8) erstellen Skizzen geometrischer Situationen und wechseln zwischen Perspektiven,
Ope-(12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematik-System (MMS) zum…
– Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen auch abhängig von Parametern,
– Darstellen von geometrischen Situationen im Raum,
Pro-(4) erkennen Muster und Beziehungen und generieren daraus Vermutungen,
Pro-(5) nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Spezialisieren und Verallgemeinern),
Pro-(7) setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein,
Pro-(12) vergleichen und beurteilen verschiedene Lösungswege und optimieren diese mit Blick auf Schlüssigkeit und Effizienz,
Arg-(3) präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur,
Arg-(4) erläutern Zusammenhänge zwischen Fachbegriffen,
Arg (5) begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente,
Arg-(7) nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch),

Kom-(1) erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen analogen und digitalen Quellen sowie aus mathematischen Fachtexten und Unterrichtsbeiträgen,
Kom-(2) beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren,
Kom-(3) erläutern mathematische Begriffe in innermathematischen und anwendungsbezogenen Zusammenhängen,
Kom-(4) erfassen und erläutern mathematische Darstellungen, auch wenn diese nicht vertraut sind,
Kom-(8) wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen.

Umsetzung:
Als Kontext für die Entdeckung der Parameterform einer Ebene kann z.B. eine Dachkonstruktion mit Sparren und Querlatten dienen. Damit wird die Idee der Koordinatisierung aus der EF wieder aufgegriffen und auf beliebige Ebenen im Raum übertragen. Zur Erkundung kann eine Visualisierung mit einem MMS hilfreich sein.
Der folgende Übergang zur Koordinatenform kann dem Prinzip einer Steckbriefaufgabe folgend mit einem 3x3-Gleichungssystem durch Einsetzen der drei Punkte in die Gleichung $n_1 \cdot x_1 + n_2 \cdot x_2 + n_3 \cdot x_3 = d$ erfolgen, wobei *d* als Parameter im MMS mitläuft oder $d = 1$ (in Sonderfällen $d = 0$) gesetzt werden kann.. Als Alternative zum „Steckbriefverfahren“ wäre auch die Bestimmung eines Normalenvektors mithilfe eines unterbestimmten 2x3-Gleichungssystems denkbar.
Ein explizites Arbeiten mit der Normalenform soll aber nur im Rahmen einer Differenzierung erfolgen.

Vernetzung:
- Ein systematisches Verfahren, lineare Gleichungssysteme auch hilfsmittelfrei in einfachen Fällen zu lösen, wurde bereits in Unterrichtsvorhaben der Analysis eingeführt. Um hier Möglichkeiten des weiteren Übens und Wiederholens zu schaffen, können Durchstoßpunkte alternativ mit Ebenen in Parameterform in einfachen Fällen berechnet werden. Des Weiteren führt die Punktprobe bei Ebenen in Parameterform auf ein 3x2-Gleichungssystem.

Vertiefung:
- Ein Normalenvektor kann mit einem MMS auch mithilfe des Vektorprodukts berechnet werden.

Unterrichtsvorhaben GK-4: *Untersuchungen an geometrischen Körpern*
(**Zeitbedarf**: ca. 10 Ustd.)

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltliche Schwerpunkte:
- Ebenen: Parameterform, Koordinatenform, Normalenvektor
- Schnittwinkel: Geraden, Geraden und Ebenen, Ebenen
- Schnittpunkte: Geraden und Ebenen

Kompetenzerwartungen: Die Schülerinnen und Schüler
(1) deuten das Skalarprodukt geometrisch (Orthogonalität, Betrag, Winkel zwischen Vektoren) und berechnen es,
(2) stellen Ebenen in Parameterform und in Koordinatenform dar,
(3) verwenden Koordinatenformen von Ebenen zur Orientierung im Raum (Punktprobe, Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, Normalenvektor),
(5) berechnen die Größe des Schnittwinkels zwischen zwei sich schneidenden Objekten,
(6) nutzen Symmetriebetrachtungen in geometrischen Objekten zur Lösung von Problemstellungen und spiegeln Punkte an Ebenen in einfachen Fällen,
(9) untersuchen geometrische Objekte oder Situationen in innermathematischen und anwendungsbezogenen Problemstellungen und deuten die Ergebnisse.

Prozessbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler

Ope-(7) nutzen schematisierte und strategiegeleitete Verfahren und wählen diese situationsgerecht aus,

Ope-(9) verwenden grundlegende Eigenschaften mathematischer Objekte zur Bearbeitung von Problemstellungen,

Ope-(11) nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden,

Ope-(12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematik-System (MMS) zum…
- Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen auch abhängig von Parametern,
- Darstellen von geometrischen Situationen im Raum,

Ope-(13) entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Mathematikwerkzeuge und wählen diese begründet aus,

Mod-(3) übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle,

Mod-(4) ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu,

Mod-(5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells,

Mod-(6) beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung,

Pro-(2) analysieren und strukturieren die Problemsituation,

Pro-(3) wählen zur Erfassung einer Situation heuristische Hilfsmittel aus (Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren),

Pro-(6) wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren sowie Medien und Werkzeuge zur Problemlösung aus,

Pro-(8) berücksichtigen einschränkende Bedingungen,

Pro-(9) entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus,

Pro-(10) überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen und interpretieren diese vor dem Hintergrund der Fragestellung,

Arg-(5) begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente,

Kom-(5) formulieren eigene Überlegungen und beschreiben zunehmend komplexe eigene Lösungswege,

Kom-(6) verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang,

Kom-(7) wählen begründet geeignete digitale und analoge Medien und mathematische Darstellungsformen (graphisch-visuell, algebraisch-formal, numerisch-tabellarisch, verbal-sprachlich) aus,

Kom-(9) dokumentieren und präsentieren Arbeitsschritte, Lösungswege und Argumentationen vollständig und kohärent,

Kom-(10) konzipieren, erstellen und präsentieren analoge und digitale Lernprodukte,

Kom-(13) vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen unter mathematischen Gesichtspunkten hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität.

Umsetzung:

Geometrische Körper wie u.a. Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten vielfältige Anlässe für offen angelegte geometrische Untersuchungen, können auf reale Objekte bezogen oder auch zur Gestaltung von virtuellen Landschaften benutzt werden. Schattenwürfe geometrischer Körper in Parallelprojektion (Sonnenlicht) oder Zentralprojektion (Lichtquelle) auf eine Ebene, insbesondere die Grundebenen, werden berechnet. Der Einsatz eines MMS bietet hier zusätzliche Möglichkeiten der Variation und der Visualisierung.

Symmetriebetrachtungen (z.B. beim Übergang zur Doppelpyramide / zum Oktaeder) werfen die Frage auf, wie sich Spiegelungen an Ebenen durchführen lassen. In einfachen Fällen, in denen der Normalenvektor in Richtung einer Koordinatenachse weist, werden die Koordinaten eines an der Ebene gespiegelten Punktes ermittelt. Der Nachweis der Symmetrie zu einer gegebenen Ebene wird durch einen Vergleich des Normalenvektors mit dem Verbindungsvektor zwischen Punkt und Spiegelpunkt geführt, wobei zusätzlich eine Punktprobe nötig ist, um zu zeigen, dass der Mittelpunkt in der Ebene liegt.

Winkel lassen sich zwischen den Kanten und Flächen eines Körpers bestimmen. Speziell die Böschungswinkel an einer Pyramide motivieren die Frage nach dem Schnittwinkel zwischen zwei Ebenen.

Vernetzung: - Inhaltlich nimmt die Parallelprojektion die Behandlung von Schrägbildern aus Unterrichtsvorhaben der Einführungsphase wieder auf. ***Vertiefung:*** - Die Bestimmung von Winkeln zwischen Geraden und Ebenen oder zwei Ebenen lässt Rückschlüsse auf ihre Lagebeziehung zu. Dadurch lässt sich ein in der EF begonnenes Thema ausbauen.
<u>Vereinbarungsgemäß in Unterrichtsvorhaben verplant: 35 Unterrichtsstunden</u>

Leistungskurs

Unterrichtsvorhaben LK-G1: *Wiederholung der Inhalte zur Linearen Algebra aus der Einführungsphase*

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

(**Zeitbedarf**: ca. 9 Ustd.)

Unterrichtsvorhaben LK-G2: *Die Welt vermessen: Das Skalarprodukt und seine ersten Anwendungen*

(**Zeitbedarf**: ca. 7 Ustd.)

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Vektoroperation: Skalarprodukt

Kompetenzerwartungen: Die Schülerinnen und Schüler

(2) deuten das Skalarprodukt geometrisch (Orthogonalität, Betrag, Winkel zwischen Vektoren) und berechnen es,

(12) untersuchen geometrische Objekte oder Situationen in innermathematischen und anwendungsbezogenen Problemstellungen und deuten die Ergebnisse.

Prozessbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler

Ope-(4) verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten,

Ope-(8) erstellen Skizzen geometrischer Situationen und wechseln zwischen Perspektiven,

Ope-(9) verwenden grundlegende Eigenschaften mathematischer Objekte zur Bearbeitung von Problemstellungen,

Ope-(11) nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden,

Pro-(4) erkennen Muster und Beziehungen und generieren daraus Vermutungen,

Pro-(6) wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren sowie Medien und Werkzeuge zur Problemlösung aus,

Pro-(11) analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern,

Arg-(1) stellen Fragen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und stellen begründete Vermutungen über die Existenz und Art von Zusammenhängen auf,

Arg-(9) erklären vorgegebene Argumentationsketten und mathematische Beweise,

Arg-(13) überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können,

Kom-(1) erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen analogen und digitalen Quellen sowie aus mathematischen Fachtexten und Unterrichtsbeiträgen,

Kom-(12) nehmen zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten, Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung.

Umsetzung:

Das Skalarprodukt $\vec{a} \cdot \vec{b}$ wird zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt. Zur Entlastung empfiehlt sich für die Herleitung zunächst eine Beschränkung auf zwei Dimensionen. Wesentlich für den Aufbau einer tragenden Grundvorstellung ist die Zer-

legung eines Vektors $\vec{a}$ in zu $\vec{b}$ parallele und orthogonale Komponenten. Dadurch wird der geometrische Aspekt der Projektion betont, der später zum Verständnis der Abstandsmessung zwischen Punkten und Ebenen genutzt werden kann.

Eine Exploration der Winkelabhängigkeit des Skalarproduktes mit einem MMS kann zur Wiederentdeckung der Rolle des Kosinus bei der Projektion führen. Der Kosinus wird genutzt, um den Winkel zwischen zwei Vektoren zu berechnen. Denkbar wäre, dass das geometrische Verständnis des Skalarprodukts am Beispiel der physikalischen Arbeit veranschaulicht wird.

Anknüpfend an Unterrichtsvorhaben der EF werden Eigenschaften von Dreiecken und Vierecken auch mithilfe des Skalarprodukts untersucht.

Die besonderen formalen Eigenschaften des Skalarprodukts sowie die dafür gültigen Rechengesetze werden im Zusammenhang mit der Analyse von typischen Fehlern (z.B. keine Division durch einen Vektor, kein Satz vom Nullprodukt) sowie vor dem Hintergrund der Verallgemeinerung bekannter Rechenregeln für Zahlen thematisiert.

Vertiefung:

- Im Rahmen eines arbeitsteiligen Vorgehens kann ein Vergleich von Lösungswegen mit und ohne Skalarprodukt dahinterliegende elementargeometrische Sätze transparent machen wie z.B. die Äquivalenz der zum Nachweis einer Raute benutzten Bedingungen $(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b})=0$ und $\vec{a}^2=\vec{b}^2$ für die Seitenvektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ eines Parallelogramms. Ein ähnliches Vorgehen ist beim Beweis des Satzes des Thales möglich.
- Im Sinne der Wissenschaftspropädeutik ist neben einem Einblick in die Möglichkeit einer axiomatischen Festlegung eines Skalarproduktes durch seine algebraischen Eigenschaften wichtig, dass durch ein Skalarprodukt zugleich Längen- als auch Winkelmessung in einem Vektorraum ermöglicht werden.

Unterrichtsvorhaben LK-G3: *Parametrisierung von Ebenen*
(**Zeitbedarf**: ca. 8 Ustd.)

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltliche Schwerpunkte:
- Ebenen: Parameterform, Koordinatenform, Normalenform
- Lineare Gleichungssysteme

Kompetenzerwartungen: Die Schülerinnen und Schüler
(1) stellen Ebenen, Parallelogramme und Dreiecke in Parameterform dar,
(3) stellen Ebenen in Normalenform sowie in Koordinatenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum,
(4) untersuchen Lagebeziehungen von Ebenen sowie von Geraden und Ebenen,
(5) berechnen Schnittpunkte von Geraden mit Ebenen,
(7) wenden ein algorithmisches Lösungsverfahren ohne digitale Mathematikwerkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind,
(8) interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen.

Prozessbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler
Ope-(6) führen verschiedene Lösungs- und Kontrollverfahren durch, vergleichen und bewerten diese,
Ope-(7) nutzen schematisierte und strategiegeleitete Verfahren und wählen diese situationsgerecht aus,
Ope-(8) erstellen Skizzen geometrischer Situationen und wechseln zwischen Perspektiven,
Ope-(12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematik-System (MMS) zum…
– Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen auch abhängig von Parametern,
– Darstellen von geometrischen Situationen im Raum,
Pro-(7) setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein,
Pro-(8) berücksichtigen einschränkende Bedingungen,
Arg-(4) erläutern Zusammenhänge zwischen Fachbegriffen,
Arg-(7) nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch),
Kom-(2) beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren,
Kom-(3) erläutern mathematische Begriffe in innermathematischen und anwendungsbezogenen Zusammenhängen,
Kom-(8) wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen.

Umsetzung:
Als Einstiegskontext dient z.B. eine Dachkonstruktion mit Sparren und Querlatten. Damit wird die Idee der Koordinatisierung aus der EF wieder aufgegriffen und auf beliebige Ebenen im Raum übertragen. Durch Einschränkung des Definitionsbereichs der Parameter werden Parallelogramme und Dreiecke beschrieben.

Die Berechnung von Schnittmengen zwischen Ebenen und Geraden ist sowohl über ein 3x3-LGS möglich, wenn beide in Parameterform vorliegen, als auch durch Einsetzen einer Geradengleichung in eine Koordinatengleichung. Für einen Wechsel zwischen Parameterform und Koordinatenform einer Ebene wird ein Normalenvektor mit Hilfe eines 2x3-Gleichungssystems bestimmt. Die Entscheidung über Lagebeziehungen zwischen Ebenen und Geraden kann direkt mit der Schnittmengenberechnung verknüpft werden.

Vernetzung:
- Der Unterricht wird durch den Einsatz eines MMS bei der Lösung linearer Gleichungssysteme entlastet. Es ist jedoch sinnvoll, numerisch einfache Fälle auch hilfsmittelfrei

zu bearbeiten, um die bereits in Unterrichtsvorhaben der Analysis erworbenen Kompetenzen zu reaktivieren und zu festigen.

Vertiefung:

- Die Bestimmung eines Normalenvektors mit Hilfe des Vektorproduktes ist nicht primär wegen der technischen Einfachheit gewinnbringend, sondern weil die Entwicklung einer tragfähigen geometrischen Vorstellung des Vektorproduktes sowie eine Beschreibung seiner algebraischen Eigenschaften den in vorherigen Unterrichtsvorhaben LK für das Skalarprodukt beschrittenen Weg weiterverfolgt und auch eine hohe Relevanz für den Physikunterricht besitzt.
- Vertiefend kann das Vektorprodukt für die Flächenberechnung bei Parallelogrammen und Dreiecken sowie für die Volumenberechnung beim Spatprodukt eingesetzt werden.
- Die Berechnung von Schnittmengen zwischen zwei Ebenen kann besonders einfach mit einer Gleichung erfolgen, wenn eine Ebene in Koordinaten- und eine in Parameterform gegeben ist.
- Vertiefend kann die Parallelität zwischen einer Ebene und einer Geraden durch die lineare Abhängigkeit des Richtungsvektors der Geraden von den Spanvektoren der Ebene beschrieben werden (Komplanarität).

Unterrichtsvorhaben LK-G4: *Ebenen in Normalenform und ihre Schnittmengen*
(**Zeitbedarf**: ca. 10 Ustd.)

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Ebenen: Parameterform, Koordinatenform, Normalenform
- Schnittwinkel: Geraden, Geraden und Ebenen, Ebenen
- Lagebeziehungen und Abstände: Punkte, Geraden, Ebenen (alle Kombinationen)

Kompetenzerwartungen: Die Schülerinnen und Schüler

(2) deuten das Skalarprodukt geometrisch (Orthogonalität, Betrag, Winkel zwischen Vektoren) und berechnen es,
(3) stellen Ebenen in Normalenform sowie in Koordinatenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum,
(4) untersuchen Lagebeziehungen von Ebenen sowie von Geraden und Ebenen,
(5) berechnen Schnittpunkte von Geraden mit Ebenen,
(8) interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen,
(9) berechnen die Größe des Schnittwinkels zwischen zwei sich schneidenden Objekten,
(10) bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen.

Prozessbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler

Ope-(3) führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch,
Ope-(8) erstellen Skizzen geometrischer Situationen und wechseln zwischen Perspektiven,
Ope-(12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematik-System (MMS) zum…
  – Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen auch abhängig von Parametern,
  – Darstellen von geometrischen Situationen im Raum,
Pro-(4) erkennen Muster und Beziehungen und generieren daraus Vermutungen,
Pro-(5) nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Spezialisieren und Verallgemeinern),
Pro-(13) benennen zugrundeliegende heuristische Strategien und Prinzipien und übertragen diese begründet auf andere Problemstellungen,
Pro-(14) variieren und verallgemeinern Fragestellungen vor dem Hintergrund einer Lösung,
Arg-(3) präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur,
Arg-(4) erläutern Zusammenhänge zwischen Fachbegriffen,
Arg (5) begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente,
Kom-(1) erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen analogen und digitalen Quellen sowie aus mathematischen Fachtexten und Unterrichtsbeiträgen,
Kom-(4) erfassen und erläutern mathematische Darstellungen, auch wenn diese nicht vertraut sind,
Kom-(5) formulieren eigene Überlegungen und beschreiben zunehmend komplexe eigene Lösungswege.

Umsetzung:
Zur Klärung der Parallelität von Geraden und Ebenen oder Ebenen untereinander werden Normalenvektoren herangezogen. Über die Normalenvektoren wird die Winkelberechnung zwischen zwei Vektoren auch auf Ebenen übertragen.

Die unterschiedlichen Darstellungsformen dieser Ebenengleichung und ihre jeweilige geometrische Deutung (Koordinatenform, Achsenabschnittsform, Hesse-Normalenform[1] als Sonderformen der Normalenform) könnten in einem Gruppenpuzzle gegenübergestellt und in Beziehung gesetzt werden. Dabei intensiviert der kommunikative Austausch die fachlichen Aneignungsprozesse.

Die Hesse-Normalenform[1] erlaubt es, Abstände eines Punktes von der Ebene sowie Abstände zwischen parallelen Ebenen direkt abzulesen. Dabei wird eine Verknüpfung zur Grundvorstellung der Projektion hergestellt. Verfahrenstechnisch macht es keinen Unterschied, ob es sich nun um den Abstand eines Punktes, einer parallelen Geraden oder einer parallelen Ebene von einer Ebene handelt.

Die Achsenabschnittsform erleichtert es, Ebenen zeichnerisch darzustellen. Die Achsenabschnittsberechnung ist dabei nur ein Spezialfall der besonders einfachen Schnittmengenberechnung zwischen Geraden und Ebenen (Durchstoßpunkt) in Koordinatenform.

Einen verständnisorientierten Zugang zur Abstandsberechnung zwischen einem Punkt und einer Ebene bietet das Lotfußpunktverfahren, das auch auf weitere Abstandsprobleme (die in späteren Unterrichtsvorhaben thematisiert werden) übertragen werden kann.

Vernetzung:

- Die Gleichungen eines linearen 2x3- oder 3x3-Gleichungssystem können als Koordinatengleichungen interpretiert werden, so dass die Lösungsmenge des LGS als Schnittmenge von Ebenen geometrisch gedeutet werden kann. Ihre Dimension lässt sich aus der Lagebeziehung der Ebenen erkennen. Dabei wird deutlich, wie weit die Normalenvektoren die Lagebeziehungen zwischen 2 oder 3 Ebenen bestimmen.

<u>Unterrichtsvorhaben LK-G5:</u> *Abstandsprobleme bei geradlinig bewegten Objekten*
(**Zeitbedarf**: ca. 6 Ustd.)

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Lagebeziehungen und Abstände: Punkte, Geraden, Ebenen (alle Kombinationen)

Kompetenzerwartungen: Die Schülerinnen und Schüler
(10) bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen,
(12) untersuchen geometrische Objekte oder Situationen in innermathematischen und anwendungsbezogenen Problemstellungen und deuten die Ergebnisse.

Prozessbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler
Ope-(9) verwenden grundlegende Eigenschaften mathematischer Objekte zur Bearbeitung von Problemstellungen,
Mod-(2) treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor,
Mod-(3) übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle,
Mod-(5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells,
Mod-(6) beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung,
Mod-(8) benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit,
Pro-(1) stellen Fragen zu zunehmend komplexen Problemsituationen,
Pro-(9) entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus,
Pro-(12) vergleichen und beurteilen verschiedene Lösungswege und optimieren diese mit Blick auf Schlüssigkeit und Effizienz,

[1] Die Hesse-Normalenform gehört nicht zur Obligatorik des KLP und ist damit nicht verpflichtend. Aus didaktischen Gründen wurde sie für diesen Zugang in diesem Plan vertiefend integriert.

Kom-(9) dokumentieren und präsentieren Arbeitsschritte, Lösungswege und Argumentationen vollständig und kohärent.

Umsetzung:
Die Abstandsbestimmung erweitert sowohl die Beschreibung von Lagebeziehungen als auch die Schnittmengenproblematik. Bei Ebenen wurden Abstandsbestimmungen ggf. bereits in vorherigen Unterrichtsvorhaben mit der Hesse-Normalenform behandelt.
Am Beispiel des Vorbeifluges eines Flugzeugs an einem Hindernis unter Einhaltung eines Sicherheitsabstandes könnte entdeckt werden, wie der Abstand eines Punktes von einer Geraden u. a. über die Bestimmung eines Lotfußpunktes ermittelt werden kann. Hierbei werden unterschiedliche Lösungswege zugelassen und verglichen, insbesondere ein Lösungsweg mit den Mitteln der Analysis. Die Mittel der Analysis lassen sich auch nutzen, um im Anschluss den minimalen Abstand zweier Flugobjekte mithilfe eines MMS zu bestimmen.
Im Unterschied dazu knüpft die Abstandsberechnung von Flugbahnen an die Untersuchung von Lagebeziehungen von Geraden aus der EF an. Ihre Berechnung kann für den Vergleich unterschiedlicher Lösungsvarianten - insbesondere unter Einschluss von Hilfsebenen - genutzt werden. Dabei wird unterschieden, ob die Lotfußpunkte der kürzesten Verbindungsstrecke mitberechnet werden oder nicht.

Vernetzung:

- Das Unterrichtsvorhaben knüpft sehr eng an Inhalte der EF an. Insbesondere ist eine integrierende Wiederholung der Lagebeziehungen von Geraden und ihrer Bestimmung vorzusehen. Eine Vernetzung mit Verfahren der Analysis zur Abstandsminimierung bietet sich durchgehend an und sollte unter der Maxime einer möglichst großen Lösungsvielfalt und als Chance zur Binnendifferenzierung nicht fehlen.

Unterrichtsvorhaben LK-G6: *Untersuchungen an geometrischen Körpern unter Einschluss ihrer Schatten- und Spiegelbilder*
(**Zeitbedarf**: ca. 10 Ustd.)

Inhaltsfelder: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Ebenen: Parameterform, Koordinatenform, Normalenform
- Schnittwinkel: Geraden, Geraden und Ebenen, Ebenen
- Schnittpunkte: Geraden und Ebenen
- Lagebeziehungen und Abstände: Punkte, Geraden, Ebenen (alle Kombinationen)

Kompetenzerwartungen: Die Schülerinnen und Schüler
(1) stellen Ebenen, Parallelogramme und Dreiecke in Parameterform dar,
(3) stellen Ebenen in Normalenform sowie in Koordinatenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum,
(5) berechnen Schnittpunkte von Geraden mit Ebenen,
(9) berechnen die Größe des Schnittwinkels zwischen zwei sich schneidenden Objekten,
(10) bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen,
(11) führen Spiegelungen an Ebenen durch,
(12) untersuchen geometrische Objekte oder Situationen in innermathematischen und anwendungsbezogenen Problemstellungen und deuten die Ergebnisse.

Prozessbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler
Ope-(7) nutzen schematisierte und strategiegeleitete Verfahren und wählen diese situationsgerecht aus,
Ope-(9) verwenden grundlegende Eigenschaften mathematischer Objekte zur Bearbeitung von Problemstellungen,
Ope-(11) nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden,
Ope-(12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematik-System (MMS) zum…

– Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen auch abhängig von Parametern,
– Darstellen von geometrischen Situationen im Raum,

Ope-(13) entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Mathematikwerkzeuge und wählen diese begründet aus,
Mod-(4) ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu,
Pro-(2) analysieren und strukturieren die Problemsituation,
Pro-(3) wählen zur Erfassung einer Situation heuristische Hilfsmittel aus (Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren),
Pro-(5) nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Spezialisieren und Verallgemeinern),
Pro-(6) wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren sowie Medien und Werkzeuge zur Problemlösung aus,
Pro-(8) berücksichtigen einschränkende Bedingungen,
Pro-(10) überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen und interpretieren diese vor dem Hintergrund der Fragestellung,
Kom-(5) formulieren eigene Überlegungen und beschreiben zunehmend komplexe eigene Lösungswege,
Kom-(6) verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang,
Kom-(7) wählen begründet geeignete digitale und analoge Medien und mathematische Darstellungsformen (graphisch-visuell, algebraisch-formal, numerisch-tabellarisch, verbal-sprachlich) aus,
Kom-(9) dokumentieren und präsentieren Arbeitsschritte, Lösungswege und Argumentationen vollständig und kohärent,
Kom-(10) konzipieren, erstellen und präsentieren analoge und digitale Lernprodukte,
Kom-(13) vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen unter mathematischen Gesichtspunkten hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität.

Umsetzung:
Geometrische Körper, wie u.a. Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder, bieten vielfältige Anlässe für offen angelegte geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte bezogen oder auch zur Gestaltung von virtuellen Landschaften benutzt werden. Schattenwürfe geometrischer Körper in Parallelprojektion (Sonnenlicht) oder Zentralprojektion (Lichtquelle) auf eine Ebene, insbesondere eine Grundebene, werden berechnet. Der Einsatz eines MMS bietet hier zusätzliche Möglichkeiten der Variation und der Visualisierung.

Durch Symmetriebetrachtungen (z.B. beim Übergang zur Doppelpyramide / zum Oktaeder) wird die Frage nach einer systematischen Untersuchung von Spiegelungen an Ebenen evoziert. Dabei wird das Verfahren der Lotfußpunktbestimmung mit Hilfe eines Normalenvektors wiederaufgegriffen, wobei in der Spiegelungsebene die Schattenbilder erneut auftreten.

Abstandsbestimmungen von Punkten zu Geraden und zu Ebenen ermöglichen es, die Fläche eines Dreiecks oder die Höhe und das Volumen einer Pyramide zu bestimmen.

Im Rahmen der Untersuchung geometrischer Körper werden Winkel zwischen den Kanten und Flächen eines Körpers bestimmt. Speziell die Böschungswinkel an einer Pyramide motivieren die Frage nach dem Schnittwinkel zwischen zwei Ebenen. Die Parameterform von Ebenen hat ihren Einsatz vor allem da, wo es um die Frage geht, ob ein Durchstoßpunkt einer Geraden (z.B. ein Lotfußpunkt, Schattenpunkt) eine bestimmte Fläche trifft oder außerhalb dieser liegt.

In diesem Unterrichtsvorhaben wird im Sinne einer wissenschaftspropädeutischen Grundbildung besonderer Wert auf eigenständige Lernprozesse bei der Aneignung eines begrenzten Stoffgebietes sowie bei der Dokumentation von Lösungswegen gelegt.

Vernetzung:

- Inhaltlich nimmt die Parallelprojektion die Behandlung von Schrägbildern aus der EF wieder auf.
- Beim Berechnen von Flächen und Volumina werden, wo möglich, auch elementargeometrische Lösungswege als Alternative aufgezeigt. Vertiefend ist hier auch der Einsatz des Vektorproduktes möglich.

Vertiefung:

- Virtuelle Landschaften mit Lichteffekten können im Rahmen einer begrenzten Projektarbeit/Facharbeit mit räumlicher Geometriesoftware gestaltet werden. In einem Kaleidoskop können Spiegelungen verkettet werden und so auch Drehsymmetrien erzeugt werden.
- Ein MMS bietet die Möglichkeit, vertiefend das Spatprodukt bzw. die Determinante als Kontrollgröße für Volumina kennenzulernen, ohne die dahinterliegenden algebraischen Strukturen offenzulegen. Auch über die lineare Abhängigkeit dreier Vektoren und speziell über den Abstand zwischen zwei windschiefen Geraden können damit Aussagen gemacht werden, die ein tiefergehendes geometrisches Verständnis unterstützen.

<u>Unterrichtsvorhaben LK-G7:</u> *Strategieentwicklung bei geometrischen Problemsituationen*
(**Zeitbedarf**: ca. 10 Ustd.)

Inhaltsfelder: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Verknüpfung aller Bereiche

Kompetenzerwartungen:
Integrierende Wiederholung aller Kompetenzen des Inhaltsfeldes

Prozessbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler

Ope-(4) verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten,
Ope-(11) nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden,
Ope-(14) reflektieren die Möglichkeiten und Grenzen digitaler Mathematikwerkzeuge,
Mod-(1) erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung,
Mod-(5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells,
Mod-(7) reflektieren die Abhängigkeit der Lösungen von den getroffenen Annahmen,
Pro-(3) wählen zur Erfassung einer Situation heuristische Hilfsmittel aus (Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren),
Pro-(5) nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Spezialisieren und Verallgemeinern),
Pro-(9) entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus,
Pro-(13) benennen zugrundeliegende heuristische Strategien und Prinzipien und übertragen diese begründet auf andere Problemstellungen,
Arg-(5) begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente,
Arg-(6) entwickeln tragfähige Argumentationsketten durch die Verknüpfung von einzelnen Argumenten,
Arg-(8) verwenden in ihren Begründungen vermehrt logische Strukturen (notwendige und hinreichende Bedingung, Folgerung, Äquivalenz, Und- sowie Oder- Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen),

Arg-(10) beurteilen, ob vorliegende Argumentationsketten vollständig und fehlerfrei sind,
Arg-(11) ergänzen lückenhafte und korrigieren fehlerhafte Argumentationsketten,
Arg-(12) beurteilen Argumentationsketten hinsichtlich ihres Geltungsbereichs und ihrer Übertragbarkeit,
Kom-(11) greifen Beiträge auf und entwickeln sie weiter,
Kom-(15) führen Diskussionsbeiträge zu einem Fazit zusammen.

Umsetzung:
Angesichts des begrenzten Zeitrahmens ist es wichtig, den Fokus der Unterrichtstätigkeit nicht auf die Vollständigkeit einer „Rezeptsammlung“ und deren hieb- und stichfeste Einübung zu allen denkbaren Varianten zu legen, sondern bei den Schülerinnen und Schülern prozessbezogene Kompetenzen zu entwickeln, die sie in die Lage versetzen, problemhaltige Aufgaben zu bearbeiten und dabei auch neue Anregungen zu verwerten.

In diesem Unterrichtsvorhaben werden Problemlösungen mit prozessbezogenen Zielen zu verbunden: 1) eine planerische Skizze anzufertigen und die gegebenen geometrischen Objekte abstrakt zu beschreiben, 2) geometrische Hilfsobjekte einzuführen, 3) an geometrischen Situationen Fallunterscheidungen vorzunehmen, 4) bekannte Verfahren zielgerichtet einzusetzen und in komplexeren Abläufen zu kombinieren, 5) unterschiedliche Lösungswege kriteriengestützt zu vergleichen.

Bei der Durchführung der Lösungswege können die Schülerinnen und Schüler auf das entlastende Werkzeug MMS zurückgreifen und dessen Grenzen ausloten. Bei aufwendigeren Problemen soll dieser Teil der Lösung bewusst ausgeklammert werden.

Die erworbenen Kompetenzen im Problemlösen sollen auch in Aufgaben zum Einsatz kommen, die einen Kontextbezug enthalten, so dass dieses Unterrichtsvorhaben auch unmittelbar auf das Abitur vorbereitet.

Vertiefung:

- Bei Beweisaufgaben, in denen die prozessbezogenen Kompetenzen des Argumentierens und Problemlösens zusammengeführt werden müssen, sollen die Schülerinnen und Schüler auch Formalisierungen in Vektorschreibweise rezipieren und z.T. selbst vornehmen.

Vereinbarungsgemäß in LK-Unterrichtsvorhaben verplant: 60 Unterrichtsstunden

2.2 Grundsätze der fachdidaktischen und fachmethodischen Arbeit

Überfachliche Grundsätze:

1.) Schülerinnen und Schüler werden in dem Prozess unterstützt, selbstständige, eigenverantwortliche, selbstbewusste, sozial kompetente und engagierte Persönlichkeiten zu werden.
2.) Der Unterricht nimmt insbesondere in der Einführungsphase Rücksicht auf die unterschiedlichen Voraussetzungen der Schülerinnen und Schüler.
3.) Geeignete Problemstellungen bestimmen die Struktur der Lernprozesse.
4.) Die Unterrichtsgestaltung ist grundsätzlich kompetenzorientiert angelegt.
5.) Der Unterricht vermittelt einen kompetenten Umgang mit Medien. Dies betrifft sowohl die private Mediennutzung als auch die Verwendung verschiedener Medien zur Präsentation von Arbeitsergebnissen.
6.) Der Unterricht fördert das selbstständige Lernen und Finden individueller Lösungswege sowie die Kooperationsfähigkeit der Schülerinnen und Schüler.
7.) Die Schülerinnen und Schüler werden in die Planung der Unterrichtsgestaltung einbezogen.
8.) Die Schülerinnen und Schüler erfahren regelmäßige, kriterienorientierte Rückmeldungen zu ihren Leistungen.

Fachliche Grundsätze:

9.) Der Unterricht Im Leistungskurs bereitet nicht ausschließlich auf die fachlichen Anforderungen der Abiturprüfung vor, sondern ist anschlussfähig an die Aufnahme eines Hochschulstudiums in einem naturwissenschaftlichen Fach. Daher werden wissenschaftliche Schreibweisen und Methoden (Beweisführung) im Unterricht eingeführt.
10.) Der Unterricht im Grundkurs vermittelt neben der Vorbereitung auf die fachlichen Anforderungen der Abiturprüfung Kompetenzen, die einen Aufbau mathematisch-naturwissenschaftlichen Wissens erleichtern.
11.) Mit geeigneten Aufgaben wird das Verständnis des Unterrichtsstoffes gefördert.

2.3 Lehr- und Lernmittel

- TI-Nspire CAS-App
- Lehrbuch Lambacher Schweizer
- Formeldokument

3 Prüfung und Weiterentwicklung des schulinternen Lehrplans

Der Lehrplan wird in den kommenden Schuljahren von den unterrichtenden Lehrkräften erprobt und im fächerbezogenen Jahrgangsteam regelmäßig evaluiert.

Auf dieser Grundlage berät die Fachkonferenz einmal jährlich Änderungsvorschläge.